

Wstęp:

1. Zastosowanie algorytmu Euklidesa (NWD i NWW) w działaniach na ułamkach zwykłych.
2. Dla uproszczenia i łatwiejszego zrozumienia zakładamy, że a , b , c , d są naturalnymi liczbami dodatnimi.

Skracanie ułamków zwykłych:

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{a}{\text{NWD}(a,b)}}{\frac{b}{\text{NWD}(a,b)}}$$

Przykład dla skracania:

$$\frac{270}{81} = \frac{\frac{270}{\text{NWD}(270,81)}}{\frac{81}{\text{NWD}(270,81)}} = \frac{\frac{270}{27}}{\frac{81}{27}} = \frac{10}{3}$$

Dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych:

$$\frac{a}{b} \mp \frac{c}{d} = \frac{\frac{a \cdot \text{NWW}(b,d)}{b} \mp \frac{c \cdot \text{NWW}(b,d)}{d}}{\text{NWW}(b,d)}$$

Przykład dla dodawania:

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} = \frac{\frac{3 \cdot \text{NWW}(4,6)}{4} + \frac{5 \cdot \text{NWW}(4,6)}{6}}{\text{NWW}(4,6)} = \frac{\frac{3 \cdot 12}{4} + \frac{5 \cdot 12}{6}}{12} = \frac{9 + 10}{12} = \frac{19}{12}$$

Przykład dla odejmowania:

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{6} = \frac{\frac{3 \cdot \text{NWW}(4,6)}{4} - \frac{5 \cdot \text{NWW}(4,6)}{6}}{\text{NWW}(4,6)} = \frac{\frac{3 \cdot 12}{4} - \frac{5 \cdot 12}{6}}{12} = \frac{9 - 10}{12} = \frac{-1}{12}$$

Mnożenie ułamków zwykłych ze skracaniem:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} = \frac{\frac{a \cdot c}{\text{NWD}(a \cdot c, b \cdot d)}}{\frac{b \cdot d}{\text{NWD}(a \cdot c, b \cdot d)}}$$

Przykład dla mnożenia:

$$\frac{8}{3} \cdot \frac{5}{6} = \frac{8 \cdot 5}{3 \cdot 6} = \frac{\frac{8 \cdot 5}{\text{NWD}(8 \cdot 5, 3 \cdot 6)}}{\frac{3 \cdot 6}{\text{NWD}(8 \cdot 5, 3 \cdot 6)}} = \frac{\frac{40}{\text{NWD}(40, 18)}}{\frac{18}{\text{NWD}(40, 18)}} = \frac{\frac{40}{2}}{\frac{18}{2}} = \frac{20}{9}$$

Dzielenie ułamków zwykłych ze skracaniem:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{\frac{a \cdot d}{\text{NWD}(a \cdot d, b \cdot c)}}{\frac{b \cdot c}{\text{NWD}(a \cdot d, b \cdot c)}}$$

Przykład dla dzielenia:

$$\frac{8}{3} : \frac{5}{6} = \frac{8 \cdot 6}{3 \cdot 5} = \frac{\frac{8 \cdot 6}{\text{NWD}(8 \cdot 6, 3 \cdot 5)}}{\frac{3 \cdot 5}{\text{NWD}(8 \cdot 6, 3 \cdot 5)}} = \frac{\frac{48}{\text{NWD}(48, 15)}}{\frac{15}{\text{NWD}(48, 15)}} = \frac{\frac{48}{3}}{\frac{15}{3}} = \frac{16}{5}$$